

Лабораторная работа 6

Решение матричных игр методом Брауна-Робинсон

Оптимальные стратегии p^* и q^* можно искать, применяя приближенный метод Брауна-Робинсон, который заключается в следующем. Розыгрыш осуществляется искусственно. Игроки попеременно выбирают свои стратегии (строки и столбцы матрицы A), в ответ на поведение противника. Этот выбор они делают по результатам всех предыдущих ходов. Суммируются выбранные ранее строки игроком 1 и столбцы игроком 2. После чего игрок 2 находит минимальное число в полученной строке и отвечает соответствующей ему стратегией, а игрок 1 находит максимальное в полученном столбце и делает соответствующий ему ход. Начинает розыгрыш, например, игрок 1 стратегией A_1 . Данные сводятся в специальную таблицу (смотри пример). Там же записываются средний выигрыш a игрока 1 и средний проигрыш β игрока 2. После достаточного количества итераций (N), подсчитывают частоты $\bar{p}_i = \frac{S_i}{N}$, $\bar{q}_j = \frac{K_j}{N}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, S_i — количество стратегий A_i в них; K_j — количество стратегий B_j в них. Они и служат приближенными значениями для p^* и q^* . Средние арифметические a и β , служат оценками нижней и верхней цены игры. Известно, что при $N \approx 20,25$ может быть получено достаточно хорошее приближение к решению задачи.

Решим игру из лабораторной работы 5 методом Брауна-Робинсона. Чтобы получить неплохое приближенное решение игры этим методом вам достаточно выполнить 20-25 итераций.

Вычисления удобно проводить в следующей таблице (см. таблицу 1)

Первый свой ход игрок A выбирает случайным образом, например, стратегию A_1 . В столбцы B_1 - B_4 при первой итерации записывается строка исходной матрицы, соответствующая выбранной стратегии игрока 1, а затем суммируются строки, согласно выбранным в последствии стратегиям этот игрок. В столбцах A_1 - A_3 заносятся суммы столбцов матрицы A соответственно выбранным ходам игрока 2. Стратегии (столбцы и строки) игроки 2 и 1 выбирают попеременно, в ответ на ход противника и так, чтобы минимизировать свой проигрыш (выбирается наименьшее число среди A_1 - A_n) и максимизировать свой выигрыш (выбирается среди B_1 - B_3), соответственно.

Каждый раз рассчитываются:

α_k — наименьший из накопленных выигрышей игрока 1 за k партий, деленный на число партий k ;

β_k — наибольший из накопленных проигрышей игрока 2 за k партий, деленный на число партий k ;

$v_k^{cp} = \frac{\alpha_k + \beta_k}{2}$ — приближенное значение цены игры.

Сделав последнюю итерацию, определяем вероятности применения игроками своих стратегий:

$$p_1^* = \frac{8}{25} \approx 0,32; p_2^* = \frac{17}{25} \approx 0,68; p_3^* = 0$$

$$q_1^* = 0; q_2^* = \frac{17}{25} \approx 0,68; q_3^* = 0; q_4^* = \frac{8}{25} \approx 0,32$$

Приближенное значение цены игры $v \approx v_{25}^{cp} = 2,28$.

Сравнив это решение с полученным в предыдущем пункте видим, что получились очень близкие значения.

Таблица 1.

Номер партии	Игрок 1				Игрок 2			Приближительное значение цены игры				
	Стратегия игрока 1	Накопленный выигрыш игрока 1 при стратегиях игрока 2				Стратегия игрока 2	Накопленный проигрыш игрока 2 при стратегиях игрока 1			α_k	β_k	v_k
		B_1	B_2	B_3	B_4		A_1	A_2	A_3			
1.	A ₁	2	3	4	14	B ₄	1	3	2	1	3	2
2.	A ₂	7	5	6		B ₄	2	6	4	2	3	2,5
3.	A ₂	12	7	8	3	B ₄	3	9	6	1	3	2
4.	A ₂	17	9	10	6	B ₄	4	12	8	1,5	3	2,25
5.	A ₂	22	11	12	9	B ₄	5	15	10	1,8	3	2,4
6.	A ₂	17	13	14	12	B ₄	6	18	12	2	3	2,5
7.	A ₂	32	15	16	15	B ₂	9	20	13	2,14	2,86	2,5
8.	A ₂	37	17	18	18	B ₂	12	22	14	2,13	2,75	2,44
9.	A ₂	42	19	20	21	B ₂	15	24	15	2,11	2,67	2,39
10.	A ₂	47	21	22	24	B ₂	18	26	16	2,1	2,6	2,35
11.	A ₂	52	23	24	27	B ₂	21	28	17	2,1	2,55	2,32
12.	A ₂	57	25	26	30	B ₂	24	30	18	2,08	2,5	2,29
13.	A ₂	63	27	28	33	B ₂	27	32	19	2,08	2,46	2,27
14.	A ₂	68	29	30	36	B ₂	30	34	20	2,07	2,43	2,25
15.	A ₂	73	31	32	39	B ₂	33	36	21	2,07	2,4	2,24
16.	A ₂	78	33	34	42	B ₂	36	38	22	2,06	2,38	2,22
17.	A ₂	83	35	36	45	B ₂	39	40	23	2,06	2,35	2,21
18.	A ₂	88	37	38	48	B ₂	42	42	24	2,06	2,33	2,2
19.	A ₁	90	40	42	49	B ₂	45	44	25	2,11	2,37	2,34
20.	A ₁	92	43	46	50	B ₂	48	46	26	2,15	2,4	2,26
21.	A ₁	94	46	50	51	B ₂	51	48	27	2,19	2,43	2,31
22.	A ₁	96	49	54	52	B ₂	54	50	28	2,23	2,45	2,34
23.	A ₁	98	52	58	53	B ₂	57	52	29	2,26	2,48	2,37
24.	A ₁	100	55	62	54	B ₄	58	55	31	2,25	2,42	2,33
25.	A ₁	102	58	64	55	B ₄	59	58	32	2,2	2,36	2,28

Задание: решить матричную игру из лабораторной работы 5 методом Брауна-Робинсона, сравнить ответы.